Tables des transformées de Fourier

Simon Chabot

Aucune garantie d'exactitude =)

Fonctions	Transformée de Fourier
$f(x)$	$\hat{f}(\zeta) = \int e^{-2i\pi\zeta x} f(x)\,\mathrm{d}\,x$
$af(x) + bg(x)$	$a\hat{f}(\zeta) + b\hat{g}(\zeta)$
$f(x-a)$	$e^{-2i\pi a\zeta}\hat{f}(\zeta)$
$f(ax)$	$\frac{1}{\lvert a\rvert}\hat{f}(\frac{\zeta}{a})$
$\hat{f}(x)$	$f(-\zeta)$
$\frac{\mathrm{d}^n f(x)}{\mathrm{d}\,x^n}$	$(2i\pi\zeta)^n\,\hat{f}(\zeta)$
$x^n f(x)$	$\left(\frac{i}{2\pi}\right)^n \frac{\mathrm{d}^n \hat{f}(\zeta)}{\mathrm{d}\,\zeta^n}$
$(f * g)(x)$	$\left(\hat{f}\hat{g}\right)(\zeta)$
$(fg)(x)$	$\left(\hat{f} * \hat{g}\right)(\zeta)$

Tab. 1 – Quelques propriétés

Fonctions	Transformée de Fourier	Remarque(s)
$\Pi(ax)$	$\frac{1}{\lvert a\rvert}\,\mathrm{sinc}\left(\frac{\zeta}{a}\right)$	
$\mathrm{sinc}\,(ax)$	$\frac{1}{\lvert a\rvert}\Pi\left(\frac{\zeta}{a}\right)$	
$\mathrm{sinc}^2\,(ax)$	$\frac{1}{\lvert a\rvert}\,\mathrm{tri}\left(\frac{\zeta}{a}\right)$	
$e^{-ax}H(x)$	$\frac{1}{a+2i\pi\zeta}$	$Re(a) > 0$
$e^{-ax^2},$	$\sqrt{\frac{\pi}{a}}e^{-\frac{\pi^2\zeta^2}{a}}$	$Re(a) > 0$
$e^{-a\lvert x\rvert}$	$\frac{2a}{a^2+4\pi^2\zeta^2}$	$Re(a) > 0$
$e^{-a\lvert x\rvert}\,\mathrm{sign}(x)$	$\frac{-4i\pi\zeta}{a^2+4\pi^2\zeta^2}$	$Re(a) > 0$

Tab. 2 – Table de transformées de Fourier usuelles

Fonctions	Transformée de Fourier	Remarque(s)
1	$\delta(\zeta)$	
$\delta(x)$	1	
e^{iax}	$\delta(\zeta - \frac{a}{2\pi})$	
x^n	$(-2i\pi)^n \delta^{(n)}(\zeta)$	
$\frac{1}{x}$	$-i\pi \operatorname{sgn}(x)$	
$\operatorname{sgn}(x)$	$\frac{1}{i\pi\zeta}$	
$H(x)$	$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{i\pi\zeta} + \delta(\zeta)\right)$	
$\Delta_a(x)$	$\frac{1}{a}\Delta_{\frac{1}{a}}(\zeta)$	

Tab. 3 – Table de transformées de Fourier des distributions usuelles

Où on a :

$$\Pi(x) = \begin{cases} 1 & \text{Si } |x| < \frac{1}{2} \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$H(x) = \begin{cases} 1 & \text{Si } x > 0 \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$\operatorname{sinc}(x) = \begin{cases} 1 & \text{Si } x = 0 \\ \frac{\sin \pi x}{\pi x} & \text{Sinon} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tri}(x) &= \begin{cases} 1 - |x| & \text{Si } |x| < 1 \\ 0 & \text{Sinon} \end{cases} \\ &= \Pi(x) * \Pi(x) \end{aligned}$$

$$\Delta_a(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x - na)$$